Státní maturita 2010
Maturitní generálka 2010
Matematika: didaktický test - základní úroveň obtížnosti
MAGZD10C0T01
řešené příklady

Autor řešení: Jitka Vachtová

6. března 2012

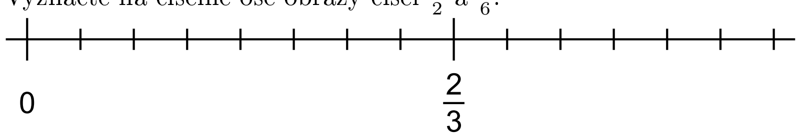
http://www.vachtova.cz/

Obsah

1 Úloha 1

max. 2 body

Vyznačte na číselné ose obrazy čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{5}{6}$.



[novamaturita.cz]

Řešení

1. Zjistíme si, jaká hodnota připadá na jeden dílek:

   $\frac{2}{3}$ jsou na 8. dílku. Tzn. na jeden dílek připadá hodnota

$$\frac{\frac{2}{3}}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

2. Dále zjistíme, kolikrát se $\frac{1}{12}$ “vejde” do $\frac{1}{2}$. Zjistíme tak, kolik dílků má v sobě $\frac{1}{2}$.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{2} = 6$$

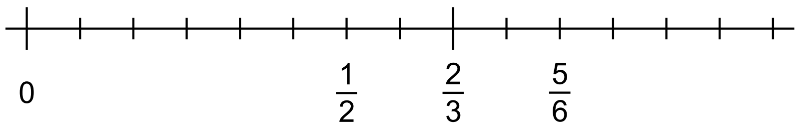
   $\frac{1}{2}$ má v sobě 6 dílků, je tedy na šestém políčku.

3. Dále zjistíme, kolikrát se $\frac{1}{12}$ “vejde” do $\frac{5}{6}$. Zjistíme tak, kolik dílků má v sobě $\frac{5}{6}$.

$$\frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{12}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{1} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{1} = 10$$

   $\frac{5}{6}$ má v sobě 10 dílků, je tedy na desátém políčku.

4. Výsledek zakreslíme na osu.



Pozn.: Lze postupovat i intuitivně bez složitého počítání. Tím, že známe $\frac{2}{3}$ můžeme si zakreslit $\frac{1}{3}$, která leží uprostřed mezi $\frac{2}{3}$ a 0, tj. na čtvrtém dílku. Už víme, že $\frac{1}{3}$ zabírá 4 dílky, tak si můžeme zakreslit $\frac{3}{3}$, což je vlastně 1. $\frac{1}{2}$ pak leží přesně uprostřed mezi 0 a 1, tj. na šestém dílku. Pro zakreslení $\frac{5}{6}$ potřebujeme vědět, kde se nachází $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{6}$ je polovina z $\frac{1}{3}$, tj. je přesně uprostřed mezi $\frac{1}{3}$ a 0, tj. na druhém dílku. $\frac{1}{6}$ zabírá tedy 2 dílky. $\frac{5}{6}$ bude zabírat $2 \cdot 5 = 10$ dílků. Takže na 10. dílku zakreslíme $\frac{5}{6}$.

Další možný způsob jak postupovat, je převést požadované zlomky na společného jmenovatele. Pro zlomky: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ je společným jmenovatelem 6. Převedeme tedy zlomky na šestiny. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$. Hlavním úkolem je teď najít na ose $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{6}$ najdeme tak, že je najdeme $\frac{1}{3}$ a pak půlku z $\frac{1}{3}$, tj. $\frac{1}{6}$. Zjistíme tak, že $\frac{1}{6}$ jsou dva dílky.

- $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, takže $\frac{1}{2}$ bude zabírat $3 \cdot 2 = 6$ dílků.
- $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, takže $\frac{2}{3}$ budou zabírat $4 \cdot 2 = 8$ dílků.
- $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$, takže $\frac{5}{6}$ bude zabírat $5 \cdot 2 = 10$ dílků.

Další možný způsob řešení by byl pomocí přímé úměry...

Vše zakreslíme do osy.

2 Úloha 2

max. 3 body

Zjednodušte výrazy: [novamaturita.cz]

2.1 $2a - \frac{2}{4}a - \frac{7}{8}a =$

Řešení

$2a - \frac{2}{4}a - \frac{7}{8}a = \left(2 - \frac{2}{4} - \frac{7}{8}\right) a = \frac{16-4-7}{8} a = \frac{5}{8}a$

2.2 $6b \cdot \frac{1}{2}b =$

Řešení

$6b \cdot \frac{1}{2}b = \frac{6}{2}b^2 = 3b^2$

2.3 $(c^3 - c) : (c - 1) =$

Řešení

$\left(c^3 - c\right) : (c-1) = \frac{\left(c^3-c\right)}{(c-1)} = \frac{c\left(c^2-1\right)}{(c-1)} = \frac{c(c+1)(c-1)}{(c-1)} = c\,(c+1) = c^2 + c$

$c \neq 1$

3 Úloha 3

max. 2 body

Řešte nerovnici:
$\frac{x-5}{2} \leq 2x+5$
Výsledek zapište intervalem. [novamaturita.cz]

Řešení

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{2} &\leq 2x+5 \mid \cdot 2 \\ x-5 &\leq 4x+10 \\ -3x &\leq 15 \mid \cdot(-3) \\ x &\geq -5 \end{aligned}$$

$x \in \langle -5; +\infty)$

4 Úloha 4

max. 2 body

Z obou následujících vztahů vyjádřete proměnnou t: [novamaturita.cz]

4.1 $s = 0,5\,(t+u)$

Řešení

$$\begin{aligned} s &= 0,5\,(t+u) \\ s &= 0,5t + 0,5u \mid \cdot 2 \\ 2s &= t+u \\ 2s-u &= t \\ t &= 2s-u \end{aligned}$$

4.2 $t^{-1} + z = 2$

Řešení

$$\begin{aligned} t^{-1}+z &= 2 \\ \frac{1}{t}+z &= 2 \mid \cdot t \\ 1+zt &= 2t \\ zt-2t &= -1 \\ t\,(z-2) &= -1 \mid : (z-2) \\ t &= \frac{-1}{z-2} \\ t &= \frac{1}{2-z} \end{aligned}$$

$t \neq 0$
$z \neq 2$

5 Úloha 5

max. 3 body

Funkce f je dána předpisem $y = \frac{2}{x}$ [novamaturita.cz]

5.1 V tabulce doplňte chybějící hodnoty funkce

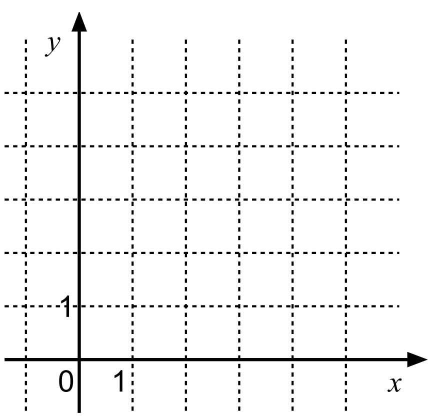
x	1	2
y		

Řešení

x	1	2
y	2	1

1. $x = 1$
   $y = \frac{2}{1} = 2$
2. $x = 2$
   $y = \frac{2}{2} = 1$

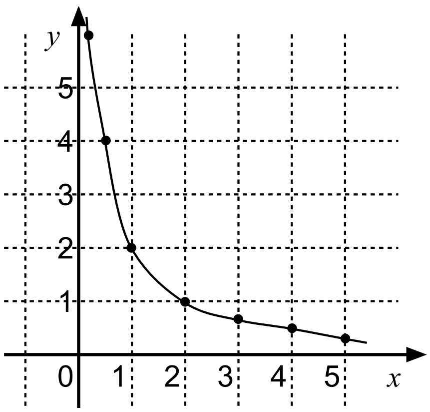
5.2 Sestrojte graf funkce f pro $x > 0$.



Řešení

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5
y	6	4	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$

1. $x = \frac{1}{3}$
   $y = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 \cdot 3 = 6$
2. $x = \frac{1}{2}$
   $y = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 2 = 4$



5.3 Pro kterou hodnotu proměnné x je $y = \frac{1}{2}$?

Řešení

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{2}{x} \mid \cdot 2x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

6 Úloha 6

max. 4 body

Řešte rovnici s neznámou $x \in \mathbb{R}$: [novamaturita.cz]

6.1 $\log 1000 + \log x = 4$

Řešení

$$\begin{aligned} \log 1000 + \log x &= 4 \\ 3 + \log x &= 4 \\ \log x &= 1 \\ 10^1 &= x \\ x &= 10 \end{aligned}$$

6.2 $5^3 \cdot 5^9 = (5^x)^3$

Řešení

$$\begin{aligned} 5^3 \cdot 5^9 &= (5^x)^3 \\ 5^{3+9} &= 5^{3x} \\ 5^{12} &= 5^{3x} \\ 12 &= 3x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

7 Úloha 7

max. 2 body

Body $A[-5;2]$ a $B[0;-5]$ jsou sousedními vrcholy čtverce $ABCD$. Vypočtěte obsah čtverce $ABCD$. [novamaturita.cz]

Řešení

1. Vypočteme si délku hrany AB.

$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2} = \sqrt{[0 - (-5)]^2 + (-5 - 2)^2} = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

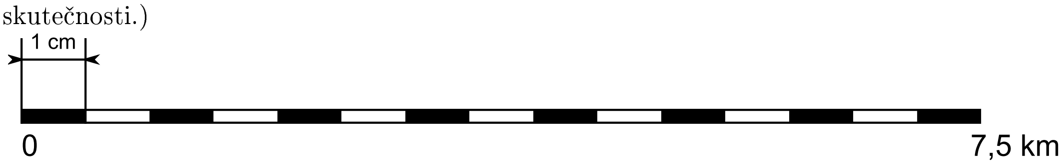
2. Vypočteme obsah čtverce $ABCD$

$$\begin{aligned} S &= a^2 \\ S &= |AB|^2 \\ S &= \left(\sqrt{74}\right)^2 \\ S &= 74 \end{aligned}$$

8 Úloha 8

max. 2 body

Měřítko mapy (viz. obrázek) vyjádřete ve tvaru $1 : x$. (Tedy 1 cm na mapě představuje x cm ve skutečnosti.)



[novamaturita.cz]

Řešení

$1 : x$ jde o poměr 1 cm na mapě : x cm ve skutečnosti.

Podle měřítka mapy vídíme, že 15 cm (15 dílku) je 7,5 km. 7,5 km = 7,5 * 1 000 * 100 cm = 750 000 cm.

Jde teda o poměr mapa : skutečnost

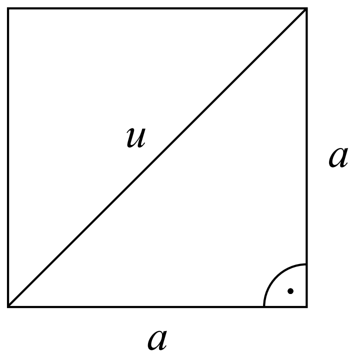
$$\begin{aligned} 15 : 750\,000 \quad &| \quad : 15 \\ 1 : 50\,000 \end{aligned}$$

9 Úloha 9

max. 3 body

Kolik kroků **ušetříte** (zaokrouhlete na desítky), přejdete-li čtvercový pozemek úhlopříčně, místo abyste jej obcházeli po dvou stranách jeho obvodu celkem třemi sty kroky? [novamaturita.cz]

Řešení



Obejít pozemek o dvou stranách znamená jít přes stranu a a a.
Platí tedy:

$$\begin{aligned} a + a &= 300 \\ 2a &= 300 \\ a &= 150 \end{aligned}$$

Délka úhlopříčky je podle Pythagorovy věty:

$$\begin{aligned} u^2 &= a^2 + a^2 \\ u^2 &= 2a^2 \\ u &= \sqrt{2a^2} \\ u &= a\sqrt{2} \\ u &= 150\sqrt{2} \\ u &\doteq 212,13\,\text{kroků} \end{aligned}$$

Když půjdeme po úhlopříčce tak ušetříme:
$l = 2a - u = 300 - 212,13 \doteq 87,87\,\text{kroků} \doteq 90\,\text{kroků}$

10 Úloha 10

max. 2 body

V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C nebo D. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojciferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy $B22$, $A45$ apod.) Určete počet všech takto vytvořených kódů. [novamaturita.cz]

Řešení

Pro první pozici máme 4 možnosti (A, B, C nebo$D$)

Pro dvojčíslí máme $45 - 10 = 35$ možností (čísla od 11 do 45). Ke každému písmenu se přiřazuje dvojčíslí, takže zde aplikujeme kombinatorické pravidlo součinu.

Počet vytvořených kódu tedy je:
$4 \cdot 35 = 140$ kódů

11 Úloha 11

max. 4 body

Ke každé rovnici 1 - 4 přiřaďte některý z intervalů (A - F), v němž je obsaženo řešení dané rovnice.

A) $(-\infty; -1)$ B) $\langle -1; 0)$ C) $(-0,5; 0,5)$
D) $(0; 1\rangle$ E) $(1; +\infty)$ F) rovnice nemá řešení [novamaturita.cz]

11.1 $\frac{2x+3}{3} = 0$

Řešení

$$\begin{aligned} \frac{2x+3}{3} &= 0 \mid \cdot 3 \\ 2x+3 &= 0 \\ 2x &= -3 \mid : 2 \\ x &= -\frac{3}{2} \\ x &= -1,5 \end{aligned}$$

x náleží intervalu A)

11.2 $\frac{x-3}{x} = -3$

Řešení

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{x} &= -3 \mid \cdot x \\ x-3 &= -3x \\ x+3x &= 3 \\ 4x &= 3 \mid : 4 \\ x &= \frac{3}{4} \\ x &= 0,75 \end{aligned}$$

$x \neq 0$
x náleží intervalu D)

11.3 $\frac{x-2}{2x} = \frac{1}{2}$

Řešení

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{2x} &= \frac{1}{2} \mid 2x \\ x-2 &= x \\ -2 &\neq 0 \end{aligned}$$

$x \neq 0$
Rovnice nemá řešení.
x patří do možnosti F)

11.4 $\frac{3-2x}{6} = \frac{1}{2}$

Řešení

$$\frac{3-2x}{6} = \frac{1}{2} \mid \cdot 6$$

$$\begin{aligned} 3-2x &= 3 \\ -2x &= 0 \,|:(-2) \\ x &= 0 \end{aligned}$$

x náleží intervalu C)

12 Úloha 12

max. 4 body

Vycházejme z následujících předpokladů:

Mezi dětmi, které mají k paní hospodářce chodit po jednom, jsou malí a velcí chlapci i malá a velká děvčata. Častěji než chlapci přicházejí děvčata, malé děti chodí více než velké. Pravděpodobnost, že k hospodářce přijde dívka, je 0,6. Pravděpodobnost, že přijde malá dívka, je 0,4. Malí chlapci přicházejí s pravděpodobností 0,3.

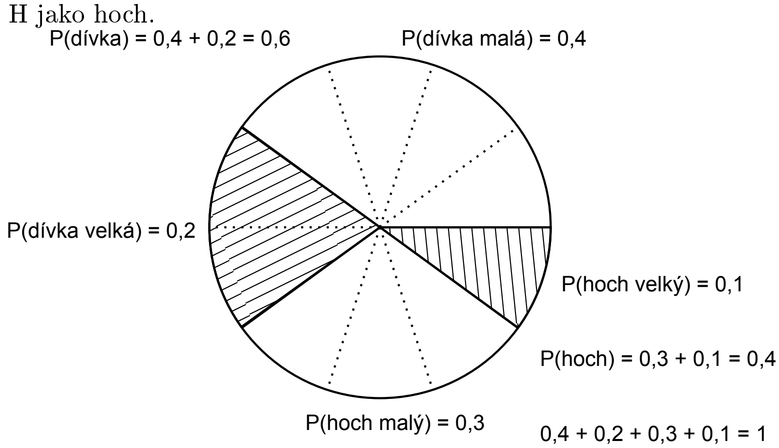
Jaká je pravděpodobnost,

1. že k hospodářce přijde chlapec (malý nebo velký),
2. že k hospodářce přijde velká dívka,
3. že k hospodářce přijde malé dítě (chlapec nebo dívka),
4. že k hospodářce nepřijde malá dívka?

Ke každé otázce 1 - 4 vybírejte správnou odpověď z nabídky A - F.
A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,6 F) 0,7 [novamaturita.cz]

Řešení

Označíme si pravděpodobnosti:
P, že hospodářce přijde dívka ... $P(D) = 0,6$
P, že přijde malá dívka ... $P(DM) = 0,4$
P, že přijde velká dívka ... $P(DV) = ?$
P, že hospodářce přijde chlapec ... $P(H) = ?$
P, že hospodářce přijde malý chlapec ... $P(HM) = 0,3$
P, že hospodářce přijde velký chlapec ... $P(HV) = ?$
H jako hoch.



Pravděpodobnost:

1. že k hospodářce přijde chlapec (malý nebo velký)
   $P(H) = 1 - P(D) = 1 - 0,6 = 0,4$
   Jde o možnost C).

2. že k hospodářce přijde velká dívka

   $P(DV) = P(D) - P(DM) = 0,6 - 0,4 = 0,2$

   Jde o možnost A).

3. že k hospodářce přijde malé dítě (chlapec nebo dívka)

   $P(DítěM) = P(DM) + P(HM) = 0,4 + 0,3 = 0,7$

   Jde o možnost F).

4. že k hospodářce nepřijde malá dívka?

   $\overline{P(DM)} = 1 - P(DM) = 1 - 0,4 = 0,6$

   Jde o možnost E).

13 Úloha 13

max. 2 body

Firma si účtuje za vybavení kanceláře žaluziemi celkem 2 650 Kč. Z dodacího listu je patrné, že žaluzie byly o 954 Kč dražší než jejich instalace. Kolik procent z účtované částky tvoří instalace žaluzií?

A) 42 %
B) 37,5 %
C) 36 %
D) 32 %
E) 26,5 % [novamaturita.cz]

Řešení

instalace žaluzií. . . x Kč
žaluzie. . . $x + 954$ Kč
Celkem. . . 2 650 Kč
Sestavíme rovnice:

$$\begin{aligned} x + x + 954 &= 2\,650 \\ 2x &= 1\,696 \;|:2 \\ x &= 848 \end{aligned}$$

instalace žaluzií. . . 848 Kč
žaluzie. . . $848 + 954 = 1\,802$ Kč
instalace žaluzií tvoří:
$\frac{848}{2\,650} \cdot 100 = 32\,\%$
Jde o možnost D).

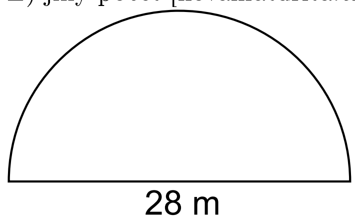
14 Úloha 14

max. 2 body

Pozemek tvaru půlkruhu je třeba oplotit. Na rovnou část plotu se použije 28 metrů pletiva. Kolik celých metrů pletiva bude nejméně potřeba na zbytek plotu po oblouku?

A) 44 metrů
B) 48 metrů
C) 52 metrů

D) 56 metrů
E) jiný počet [novamaturita.cz]



Řešení

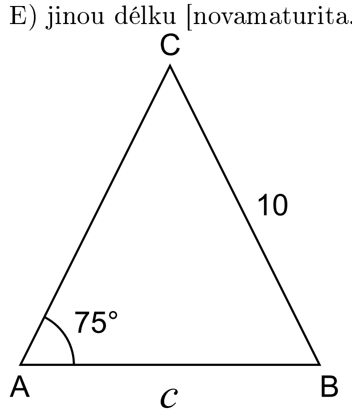
$d = 28\,\mathrm{m}$
$r = \frac{d}{2} = \frac{28}{2} = 14\,\mathrm{m}$
$o = 2\pi r$ my však potřebujeme oplotit pouze polovinu kruhu, takže:
$\frac{o}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r = \pi \cdot 14 = 3,14 \cdot 14 \doteq 43,98 \doteq 44\,\mathrm{m}$
Jde o možnost A).

15 Úloha 15

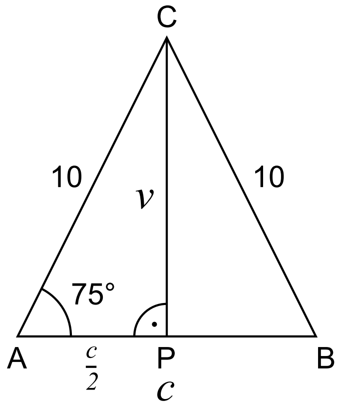
max. 2 body

Rovnoramenný trojúhelník ABC má při základně AB úhel velikosti $\alpha = \mid \sphericalangle CAB \mid = 75^\circ$ a délky ramen $\mid AC \mid = \mid BC \mid = 10$. Jakou délku má základna $c = \mid AB \mid$?

A) přibližně 4,9
B) přibližně 5,2
C) přibližně 5,5
D) přibližně 5,8
E) jinou délku [novamaturita.cz]



Řešení



Trojúhelník ABC je rovnoramenný. V rovnoramenném trojúhelníku výška z vrcholu C půlí základnu a je na ní samozřejmě kolmá. Trojúhelník APC je pravoúhlý a strana $AP = \frac{c}{2}$.

$$\begin{aligned}
\cos 75^\circ &= \frac{\mid AP \mid}{\mid AC \mid} \\
\cos 75^\circ &= \frac{\frac{c}{2}}{\mid AC \mid} \\
\cos 75^\circ &= \frac{\frac{c}{2}}{10} \\
\cos 75^\circ &= \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{10} \\
\cos 75^\circ &= \frac{c}{20} \mid \cdot 20 \\
20 \cdot \cos 75^\circ &= c \\
c &= 20 \cdot 0,2588 \\
c &\doteq 5,18
\end{aligned}$$

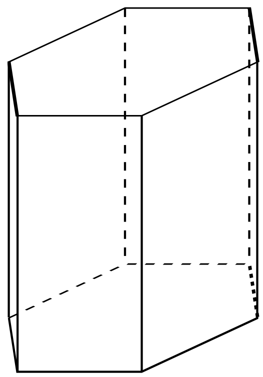
Jde o možnost B).

16 Úloha 16

max. 2 body

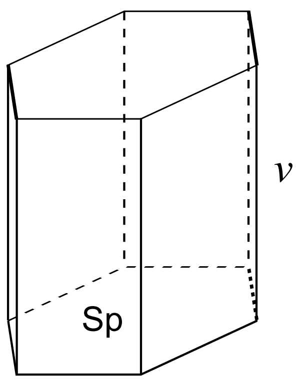
Jaká je výška nádoby tvaru pravidelného šestibokého hranolu s podstavou o obsahu 0,5 dm^2, kterou tři čtvrtlitrové hrnky vody naplní až po okraj?

A) 37,5 cm
B) 17 cm
C) 15 cm
D) 11,5 cm
E) jiný výsledek



[novamaturita.cz]

Řešení



Sp = 0,5 dm^2
v = ?
V = tři $\frac{1}{4}$ l hrnky = $3 \cdot \frac{1}{4}$l = $\frac{3}{4}$l = 0,75 l = 0,75 dm^3

$$\begin{aligned} V &= Sp \cdot v \\ 0,75 &= 0,5 \cdot v \mid \cdot 100 \\ 75 &= 50v \mid : 50 \\ \frac{75}{50} &= v \\ v &= 1,5\,\mathrm{dm} \\ v &= 15\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

Jde o možnost C).

17 Úloha 17

max. 2 body

Koule má poloměr 0,3 m. Kolikrát větší je objem koule s dvojnásobným poloměrem?
A) devětkrát
B) osmkrát
C) šestkrát
D) třikrát
E) méně než třikrát [novamaturita.cz]

Řešení

Původní kouli si nazvu $koule_1$:

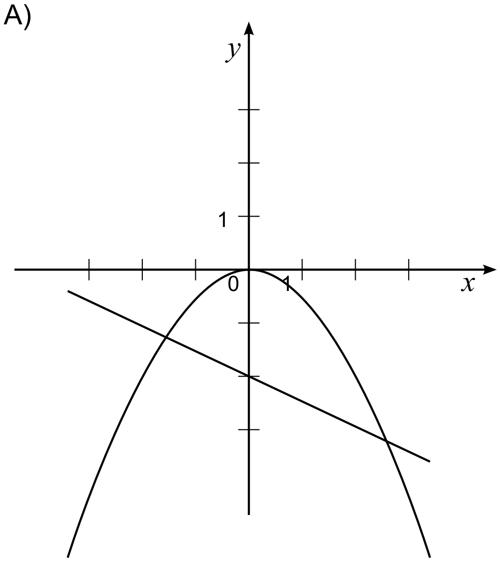
$r_1 = 0,3\,\mathrm{m}$
$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi 0,3^3$
Novou kouli si nazvu $koule_2$:
$r_2 = 2 \cdot r_1 = 2 \cdot 0,3 = 0,6\,\mathrm{m}$
$V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi 0,6^3$
Kolikrát je větší objem $koule_1$oproti$koule_2$?
Jde o poměr:
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi 0,6^3}{\frac{4}{3}\pi 0,3^3} = \frac{0,6^3}{0,3^3} = \frac{(2 \cdot 0,3)^3}{0,3^3} = \frac{2^3 \cdot 0,3^3}{0,3^3} = 2^3 = 8$
Koule s dvojnásobným poloměrem má 8-krát větší objem.
Jde o možnost B).

18 Úloha 18

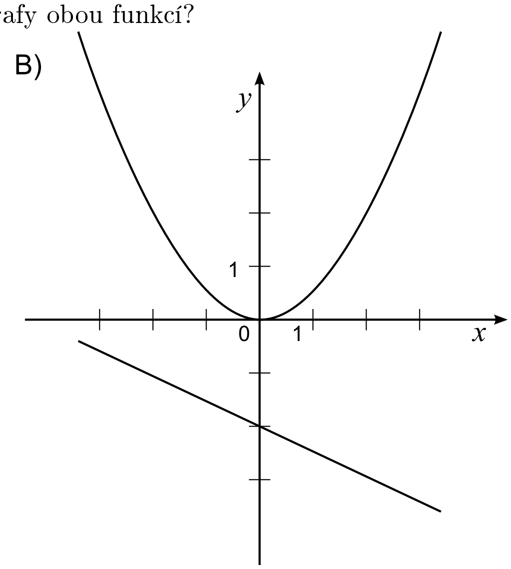
max. 2 body

Jsou dány funkce f a g:
$f:\ y = 0,5x^2$
$g:\ y = 2 - 0,5x$
Na kterém z obrázků A - E jsou správně sestrojeny grafy obou funkcí?

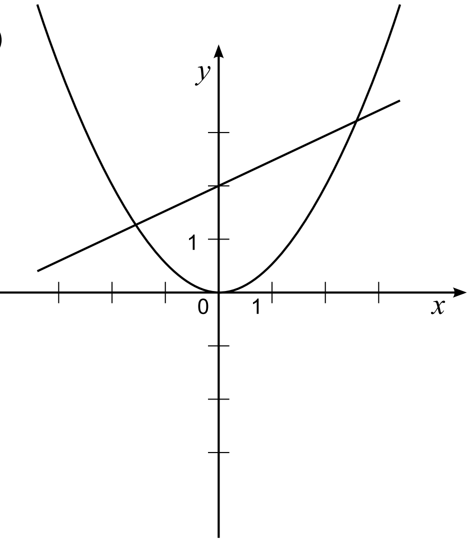
A)



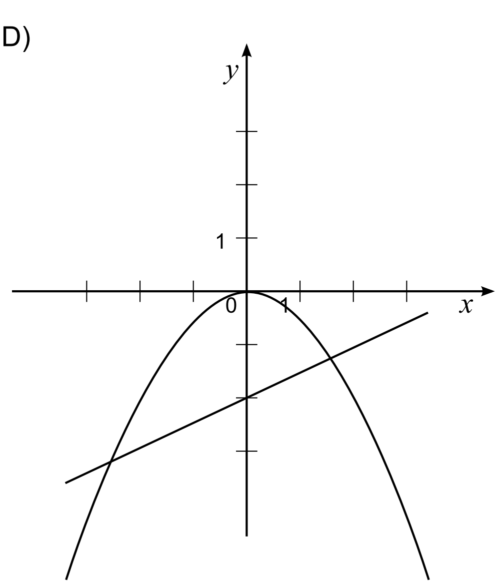
B)



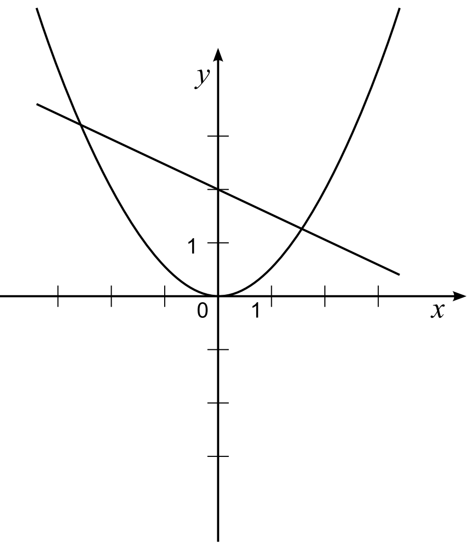
C)



D)



E)



[novamaturita.cz]

Řešení

Funkce si přepíšeme:

$f:\ y = 0,5x^2$

$g:\ y = -0,5x + 2$

Aniž bychom kreslili graf, tak z předpisu funkce je patrné, že:

- funkce f se "směje∪" protože $a > 0,\ a = 0,5$
- funkce g je klesající protože $a < 0,\ a = -0,5$ a na ose y musí procházet bodem 2, protože $b = 2$

Těmto podmínkám vyhovuje pouze varianta E)

19 Úloha 19

max. 2 body

Přímka p procházející bodem $A\,[0;2]$ má směrový vektor $\overrightarrow{u} = (1;-1)$. Vyberte odpovídající rovnici přímky p.

A) $x - y - 2 = 0$
B) $y - 2 = 0$
C) $2x - y = 0$
D) $x + y - 2 = 0$
E) $x - y + 2 = 0$ [novamaturita.cz]

Řešení

Normálový vektor ke směrovému vektoru $\overrightarrow{u} = (1; -1)$ je například vektor $\overrightarrow{n} = (1; 1)$ (prohodím souřadnice a u jedné změním znaménko).

1. Obecná rovnice tedy musí mít tvar

$$\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ 1x + 1y + c &= 0 \\ x + y + c &= 0 \end{aligned}$$

2. Dosadíme bod $A\,[0; 2]$ do této rovnice za x a y a vypočítáme c:

$$\begin{aligned} x + y + c &= 0 \\ 0 + 2 + c &= 0 \\ c &= -2 \end{aligned}$$

3. Obecná rovnice přímky je tedy:

   $x + y - 2 = 0$ (mohou vyhovovat též libovolné násobky této rovnice)

   Jde o možnost D).

Pozn: Mohli bychom postupovat i rychleji. Například tak, že v našem případně normálový vektor musí mít obě znaménka kladná či obě záporná různá od 0 a navíc stejné hodnoty. Tomuto předpokladu vyhovuje pouze možnost D).

20 Úloha 20

max. 3 body

Posloupnost tvoří sedmnáct po sobě jdoucích přirozených lichých čísel seřazených vzestupně od nejmenšího k největšímu. Prostřední člen a_9 je číslo 23. O každém z následujících tvrzení rozhodněte, je-li **pravdivé** (Ano), nebo **nepravdivé** (Ne).
1. Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1.
2. $a_{12} = 29$
3. Všechny členy jsou větší než 5.
4. Součet čtyř nejmenších členů je 40. [novamaturita.cz]

Řešení

Posloupnost tvoří po sobě jdoucí lichá čísla seřazených vzestupně. Jde o aritmetickou rostoucí posloupnost.

$d = 2$ (d je kladné, protože čísla jdou vzestupně. Je to 2, protože čísla jdou "objedno" - sudá jsou vynechaná)

$a_9 = 23$

Uvedený úkol bychom mohli řešit i tak, že si čísla vypíšeme.

$a_1 = 7$

$a_2 = 9$
$a_3 = 11$
$a_4 = 13$
$a_5 = 15$
$a_6 = 17$
$a_7 = 19$
$a_8 = 21$
$a_9 = 23$
$a_{10} = 25$
$a_{11} = 27$
$a_{12} = 29$
$a_{13} = 31$
$a_{14} = 33$
$a_{15} = 35$
$a_{16} = 37$
$a_{17} = 39$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 7 + 9 + 11 + 13 = 40$
A můžeme odpovědět na tvrzení:

1. Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1. NE
2. $a_{12} = 29$ ANO
3. Všechny členy jsou větší než 5. ANO
4. Součet čtyř nejmenších členů je 40. ANO

Takovéto řešení je ale "zbabělé", zkusme na to jít "vědecky".

20.1 Rozdíl mezi dvěma sousedními členy je 1.

Rozdíl mezi dvěma sousedními členy se rovná diverenci $d = 2$. Diference je 2 (členy se liší o 2), proto tvrzení není pravdivé.

Odpověď: NE

20.2 $a_{12} = 29$

Řešení

$$\begin{aligned} a_r &= a_s + (r - s)\, d \\ a_{12} &= a_9 + (12 - 9) \cdot d \\ a_{12} &= 23 + 3 \cdot 2 \\ a_{12} &= 29 \end{aligned}$$

Odpověď: ANO

20.3 Všechny členy jsou větší než 5.

Řešení

Posloupnost je rostoucí. Najdeme tedy nejmenší člen, tj. první člen a_1. Pokud a_1 bude větší jak 5, budou této podmínce vyhovovat automaticky všechny členy.

$$
\begin{aligned}
a_n &= a_1 + (n-1)\,d \\
a_9 &= a_1 + (9-1)\cdot d \\
23 &= a_1 + 8\cdot 2 \\
23 &= a_1 + 16 \\
a_1 &= 7
\end{aligned}
$$

$a_1 > 5 \Rightarrow$ všechny členy jsou větší než 5.
Odpověď: ANO

20.4 Součet čtyř nejmenších členů je 40.

$s_4 = ?$

$$
\begin{aligned}
s_n &= \frac{n}{2}\,(a_1 + a_n) \\
s_4 &= \frac{4}{2}\,(7 + a_4)
\end{aligned}
$$

$a_4 = ?$

$$
\begin{aligned}
a_n &= a_1 + (n-1)\,d \\
a_4 &= a_1 + (4-1)\cdot d \\
a_4 &= 7 + 3\cdot 2 \\
a_4 &= 7 + 6 \\
a_4 &= 13
\end{aligned}
$$

Dopočítáme s_4:

$$
\begin{aligned}
s_4 &= \frac{4}{2}\,(7 + a_4) \\
s_4 &= 2\,(7 + 13) \\
s_4 &= 2\cdot 20 \\
s_4 &= 40
\end{aligned}
$$

Odpověď: ANO

Reference

[novamaturita.cz] Www.novamaturita.cz : Home » Testy a zadání » Maturitní generálka 2010 » Matematika » Didaktický test - základní úroveň obtížnosti [online]. 2010 [cit. 2010-11-20]. Oficiální stránky nové maturitní zkoušky. Dostupné z WWW: <http://www.novamaturita.cz/maturitni-generalka-2010-1404034731.html>.