Integrace funkcí

Jitka Vachtová

3. května 2012

http://www.vachtova.cz

1 Primitivní funkce

Text	Funkce	Integrace funkce
Definice	$F'(x) = f(x)$	$\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$, C konstanta
Primitivní funkce k součinu konstanty a funkce	$y = a \cdot f(x)$, a konstanta	$\int a \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = a \cdot \int f(x)\,\mathrm{d}x$
Primitivní funkce k součtu a rozdílu funkcí	$y = af(x) \pm bg(x)$, a, b konstanty	$\int [af(x) \pm bg(x)]\,\mathrm{d}x = a\int f(x)\,\mathrm{d}x \pm b\int g(x)\,\mathrm{d}x$

2 Primitivní funkce elementárních funkcí

Funkce	Integrace funkce
$y = 0$	$\int 0\,\mathrm{d}x = C$
$y = 1$	$\int \mathrm{d}x = x + C$
$y = a$, a konstanta	$\int a\,\mathrm{d}x = a\int \mathrm{d}x = ax + C$
$y = x^n$, $n \neq -1$	$\int x^n\,\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$y = \frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$
$y = \cos x$	$\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$
$y = \sin x$	$\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$
$y = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \mathrm{tg}x + C$
$y = \frac{1}{\sin^2 x}$, $x \neq k\pi$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = -\mathrm{cotg}\,x + C$
$y = \mathrm{e}^x$	$\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$
$y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$	$\int a^x\,\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\lvert x\rvert < 1$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \arcsin x + C = -\arccos x + C_1$
$y = \frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \mathrm{arctg}\,x + C = -\mathrm{arccotg}\,x + C_1$

3 Integrační metody

Metoda	Vzorec
Per partes	$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)\mathrm{d}x$
	$\int uv'\mathrm{d}x = uv - \int vu'\mathrm{d}x$ (zkráceně)
Substituční metoda	$\int f(g(x)) \cdot g'(x)\,\mathrm{d}x = F(g(x)) + C$